

# 推薦・一般入試合格者への数学課題

－第2章－

方程式・関数

群 : I群 [機械]・II群 [電子・情報]

氏名 :

熊本県立技術短期大学校

## 1. 方程式 (移項)

次の方程式を $x$ について解いてみよう。但し文字は定数とします。

$$(1) x - 8 = 13$$

$$(2) -5x = -6$$

$$(3) 3x - 7 = 8 - 2x$$

$$(4) -2x - 8 - 5x + 9 = 3(5 - 3x)$$

$$(5) -\frac{5}{x} = 4$$

$$(6) -ax + 1 = 3$$

$$(7) -bx(1 - a) = 2b$$

$$(8) 3:7 = (2x - 3):35$$

$$(9) \frac{4}{x} = \left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{4b}\right) \cdot 2$$

$$(10) \frac{1}{2ax} = \frac{1}{3ax} + \frac{1}{5}$$

## 2. 二元一次方程式・三元一次方程式

次の連立方程式を解いてみよう。

$$(1) \begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} -x - 2y = 15 \\ 3x + 5y = -39 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x - 3y + z = 11 \\ x + y - 3z = -4 \\ 3x + 4y - 5z = -5 \end{cases}$$

### 3. 二次方程式の解

次の二次方程式を解いてみよう。

(1)  $x^2 = 1$

(2)  $x^2 - 11x + 30 = 0$

(3)  $3(3x + 2)(2x - 7) = 0$

(4)  $2x^2 - 3x - 1 = 0$

(5)  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = 0$

(6)  $x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$

### 4. 指数方程式

次の指数方程式を解いてみよう。解が対数になった場合は対数のままで構いません。

(1)  $2^x = 4$

(2)  $3^x - 3^{1-x} = 2$

(3)  $2^{2x} = 2^{x+1} + 8$

(4)  $5^x = 3^{2x-1}$

### 5. 対数方程式

次の対数方程式を解いてみよう。

(1)  $\log_3 x = 2$

(2)  $\log_x 4 - \log_2 x = 1$

## 6. 三角方程式

次の三角方程式を解いてみよう。但し  $0 \leq x < 2\pi$ 、角度は弧度法で表してください。

$$(1) \sin x = \frac{1}{2}$$

$$(2) \cos 2x = -1$$

$$(3) 4\cos^2 x - 1 = 0$$

$$(4) 2\cos^2 x + 3\sin x = 3$$

## 7. 分数方程式

次の分数方程式を解いてみよう。

$$(1) \frac{1}{x} - 2 = 0$$

$$(2) \frac{7}{5} - \frac{3}{2x} = 0$$

$$(3) \frac{x+1}{x+2} + \frac{10}{x^2-x-6} = \frac{2}{x-3}$$

$$(4) \frac{2}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-1} = 0$$

## 8. 無理方程式

次の無理方程式を解いてみよう。また無縁解（無縁根）があれば求めてみよう。答えに平方根がある場合は、計算しなくても構いません。定義域内にあるかの目安としてください。

$$(1) \sqrt{x} = 2$$

$$(2) \sqrt{2x-1} + x = 3 \quad \text{但し } \sqrt{6} \approx 2.449$$

$$(3) \sqrt{x-3} = \sqrt{5}$$

$$(4) \sqrt{2x-2} - \sqrt{4x-7} = 1 \quad \text{但し } \sqrt{5} \approx 2.236$$

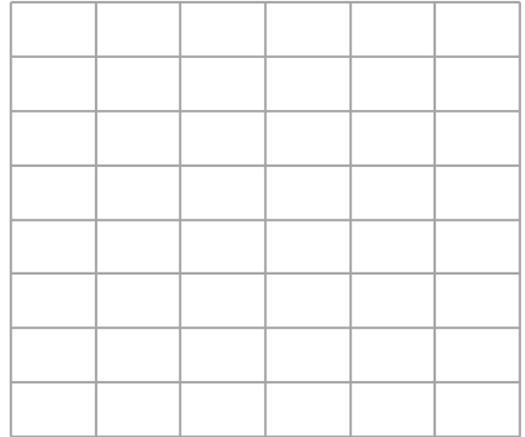
### 9. 一次関数のグラフ

次の表を完成させ、グラフを描いてみよう。また、傾きと切片を答えて、定義域の指定がある場合は値域を求めてみよう。

(1)  $f(x) = -2x + 1$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

傾き \_\_\_\_\_ 切片 \_\_\_\_\_

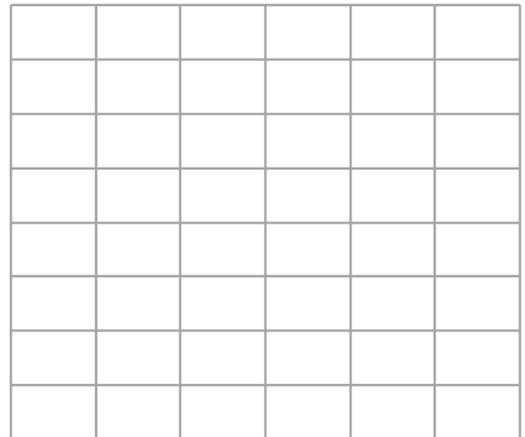


(2)  $f(x) = x - 2$  定義域  $-1 \leq x \leq 5$

$x$	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

傾き \_\_\_\_\_ 切片 \_\_\_\_\_

値域 \_\_\_\_\_



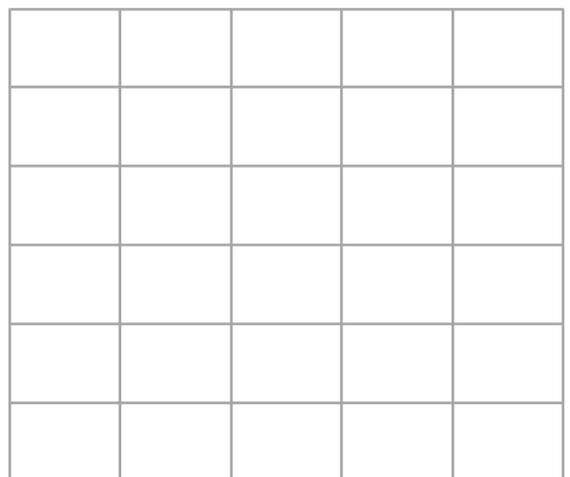
### 10. 二次関数のグラフ

次の表を完成させ、頂点と共有点の座標を求めてグラフを描いてみよう。答えに平方根がでた場合は、計算しなくても構いません。グラフ作成時の目安にしてください。

(1)  $f(x) = -2x^2 - 4x$

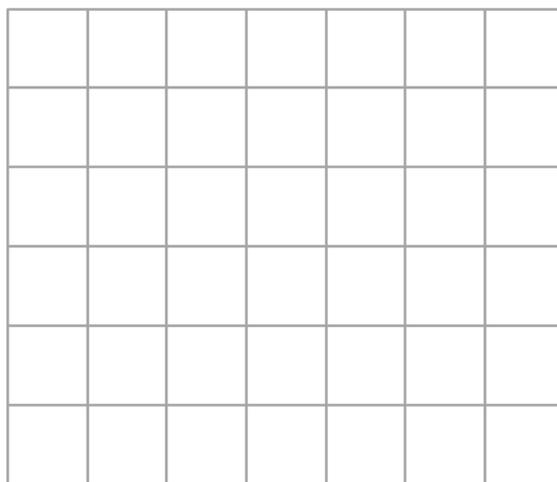
$x$	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

頂点 \_\_\_\_\_ 共有点 \_\_\_\_\_



(2)  $f(x) = x^2 + 6x + 7$  但し  $\sqrt{2} \approx 1.414$

$x$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$							



頂点 \_\_\_\_\_ 共有点 \_\_\_\_\_

1 1. 変域に制限のある二次関数の最大・最小

次の二次関数の最大値と最小値、及び値域を求めてみよう。また、グラフも描いてみよう。

与式  $f(x) = |x^2 - 3x| - x + 2$  定義域  $0 \leq x \leq 4$



最大値 \_\_\_\_\_ 最小値 \_\_\_\_\_

値域 \_\_\_\_\_

1 2. 三次関数のグラフ (数 I と数 II の複合問題)

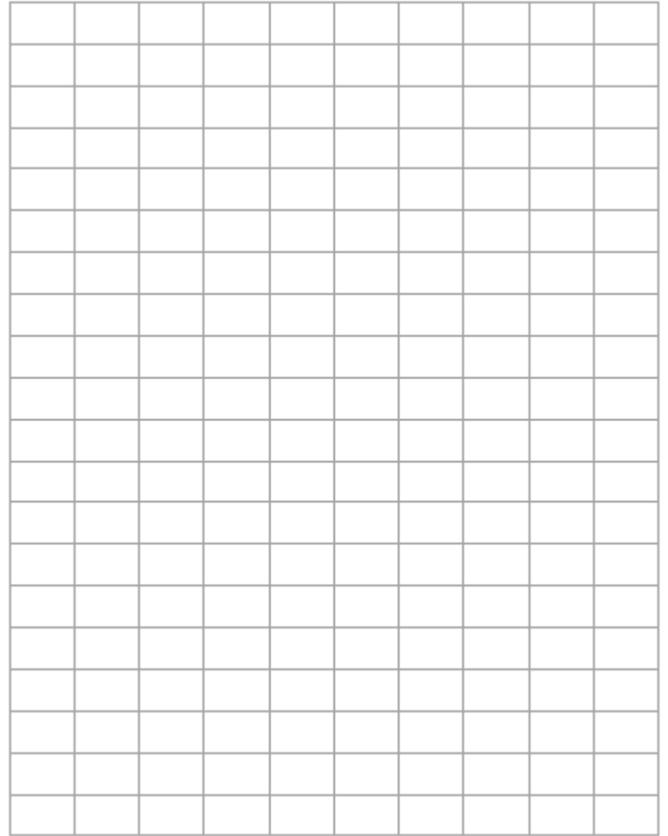
次の三次関数の増減表を作成し、極値を求めてみよう。また、グラフも描いてみよう。

(1)  $f(x) = x^3 - 3x + 1$

増減表

$x$					
$f'(x)$					
$f(x)$					

極大 \_\_\_\_\_ 極小 \_\_\_\_\_

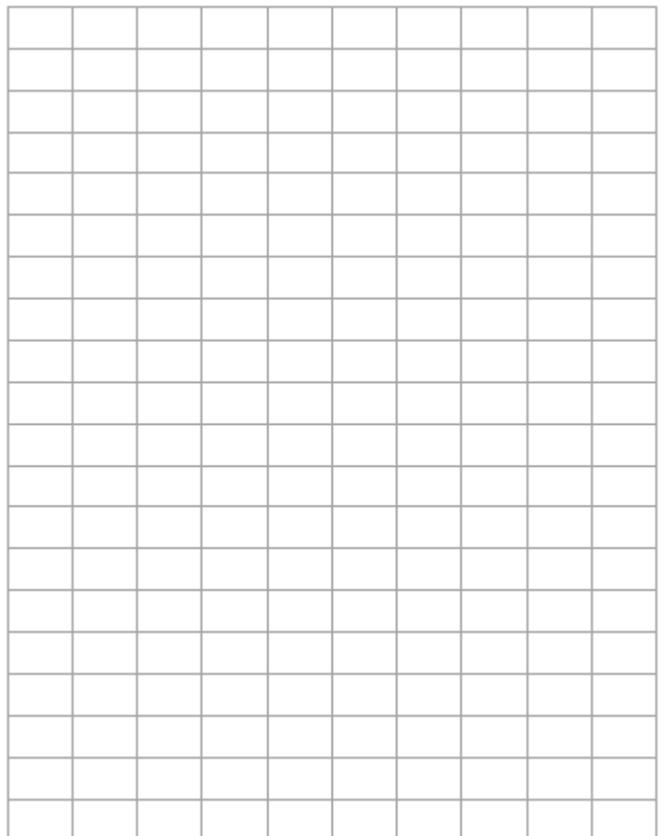


(2)  $f(x) = -x^3 + 3x$

増減表

$x$					
$f'(x)$					
$f(x)$					

極大 \_\_\_\_\_ 極小 \_\_\_\_\_



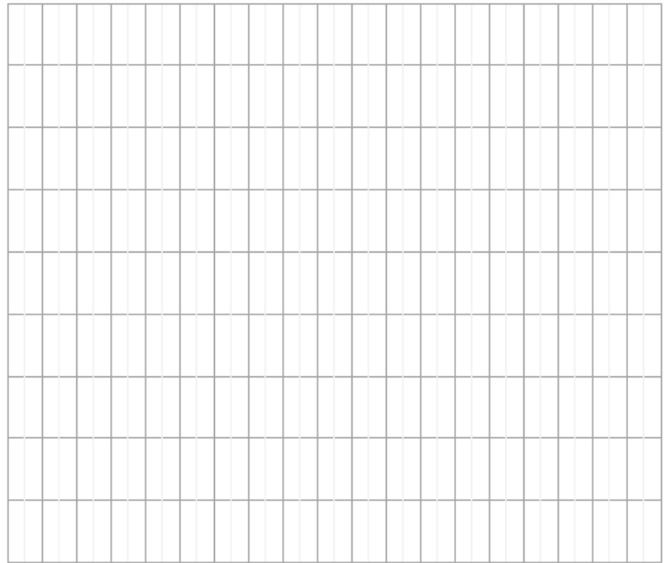
### 1 3. 指数関数と対数関数のグラフ

次の表を完成させ、グラフを描いてみよう。但し、(2)と(3)は指数関数を対数関数にして計算を行ってください。また、分数が現れたら、小数で表してください。

(1)  $x = 2^y$  縦軸 $y$  横軸 $x$

$y$	-3	-2	-1	0
$x$				

$y$	1	2	3
$x$			



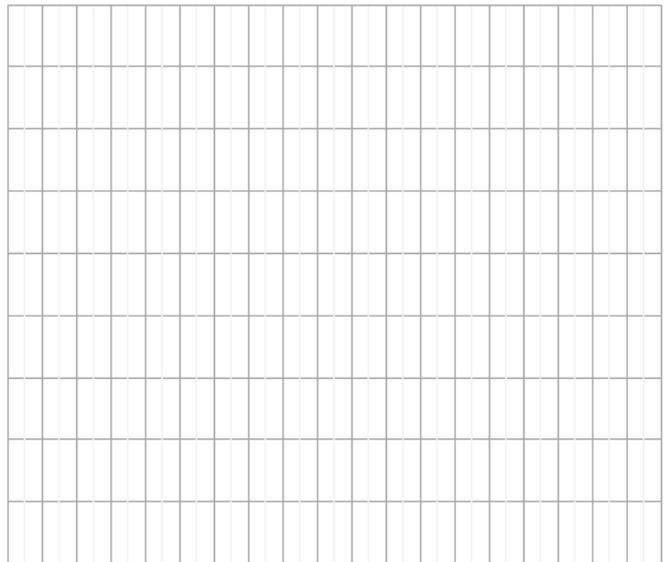
(2)  $x = 2^y$  縦軸 $y$  横軸 $x$

対数関数

---

$x$	0.125	0.25	0.5	1
$y$				

$x$	2	4	8
$y$			



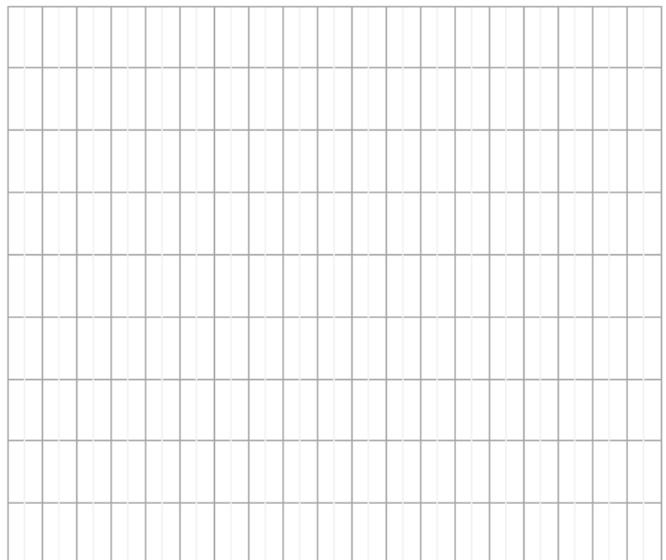
(3)  $x = 2^{y-1}$  縦軸 $y$  横軸 $x$

対数関数

---

$x$	0.125	0.25	0.5	1
$y$				

$x$	2	4	8
$y$			



#### 1 4. 指数関数と対数関数の発展問題

次の設問に答えてみよう。但し、 $\log_{10} 2 \doteq 0.301$  ,  $\log_{10} 3 \doteq 0.477$  ,  $\log_{10} 5 \doteq 0.699$ とします。

(1)  $6^{20}$ は何桁の数になるか求めてみよう。

(2) ある製品の製造コストを低減させるために前年のコストの4%削減を毎年の目標としました。製造コストが半分になるのは何年後になるか計算してみよう。答えは整数とします。

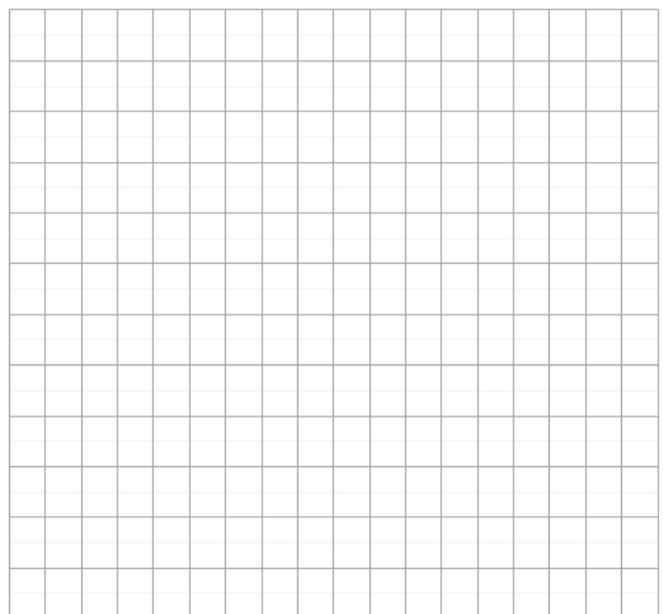
#### 1 5. 分数関数のグラフ

次の表を完成させ、グラフを描いてみよう。また、漸近線を求めてみよう。分数が現れたら、小数で表してください。

(1)  $y = \frac{1}{x}$

$x$	0.2	0.5	1	2	4
$y$					

$x$	-5	-2	-1	-0.5	-0.2
$y$					



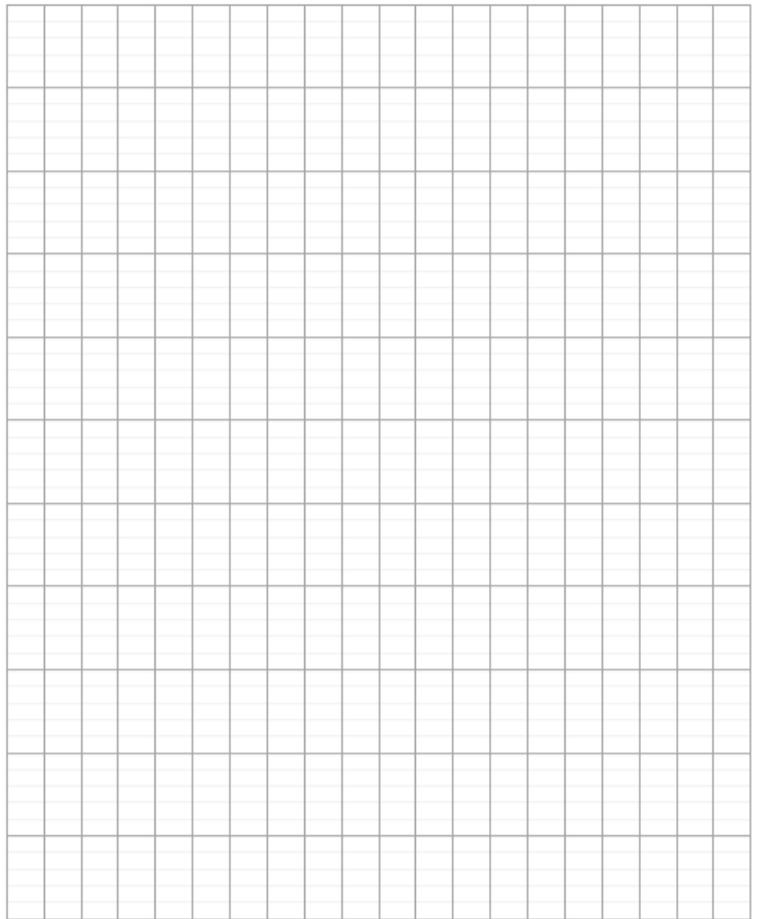
漸近線 \_\_\_\_\_

$$(2) y = \frac{3x - 4}{x + 2}$$

$x$	-1	0	2	3	8
$y$					

$x$	-12	-7	-6	-4	-3
$y$					

漸近線 \_\_\_\_\_



### 16. 無理関数のグラフ

次の表を完成させ、グラフを描いてみよう。また、定義域と値域を求めてみよう。

$$(1) y = \sqrt{x}$$

$x$	0	1	4	9	16
$y$					

定義域 \_\_\_\_\_

値域 \_\_\_\_\_



$$(2) y = \sqrt{1 - 2x} + 1$$

$x$	-7.5	-4	-1.5	0	0.5
$y$					

定義域 \_\_\_\_\_

值 域 \_\_\_\_\_



$$(3) y = -\sqrt{2x + 4} - 5$$

$x$	-2	-1.5	0	2.5	6
$y$					

定義域 \_\_\_\_\_

值 域 \_\_\_\_\_



1. 方程式 (移項)

(1)  $x = 21$

(2)  $x = \frac{6}{5}$

(3)  $x = 3$

(4)  $x = 7$

(5)  $x = -\frac{5}{4}$

(6)  $x = -\frac{2}{a}$

(7)  $x = \frac{2}{a-1}$

(8)  $x = 9$

(9)  $x = \frac{24ab}{4b+3a}$

(10)  $x = \frac{5}{6a}$

2. 二元一次方程式・三元一次方程式

(1)  $x = 7, y = 2$

(2)  $x = -3, y = -6$

(3)  $x = 3, y = -1, z = 2$

3. 二次方程式の解

(1)  $x = \pm 1$

(2)  $x = 5, 6$

(3)  $x = -\frac{3}{2}, \frac{7}{2}$

(4)  $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

(5)  $x = -1, -2$

(6)  $x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$

4. 指数方程式

(1)  $x = 2$

(2)  $x = 1$

(3)  $x = 2$

(4)  $x = -\frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 5 - 2 \log_{10} 3}$

または  $x = \frac{\log_{10} 3}{2 \log_{10} 3 - \log_{10} 5}$

5. 対数方程式

(1)  $x = 9$

(2)  $x = 2, \frac{1}{4}$

6. 三角方程式

(1)  $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6} \pi$

(2)  $x = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2} \pi$

(3)  $x = \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3} \pi, \frac{4}{3} \pi, \frac{5}{3} \pi$

(4)  $x = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6} \pi$

### 7. 分数方程式

(1)  $x = \frac{1}{2}$

(3)  $x = 1$

(2)  $x = \frac{15}{14}$

(4)  $x = 2$

### 8. 無理方程式

(1)  $x = 4$

(3)  $x = 8$

(2)  $x = 4 - \sqrt{6}$  無縁解  $4 + \sqrt{6}$

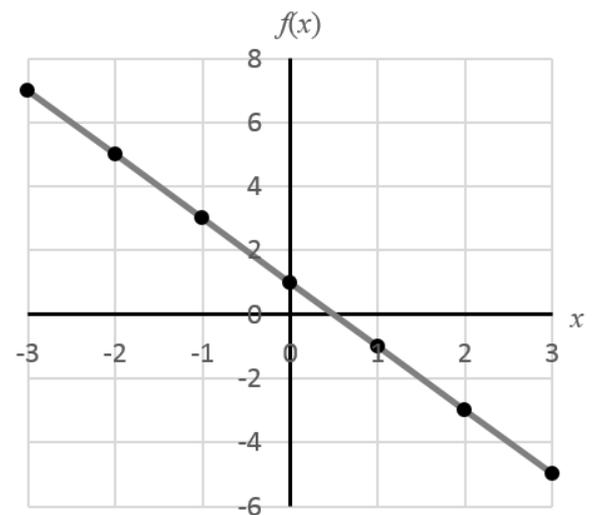
(4)  $x = 4 - \sqrt{5}$  無縁解  $4 + \sqrt{5}$

### 9. 一次関数のグラフ

(1)

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	7	5	3	1	-1	-3	-5

傾き  $a = -2$       切片  $b = 1$

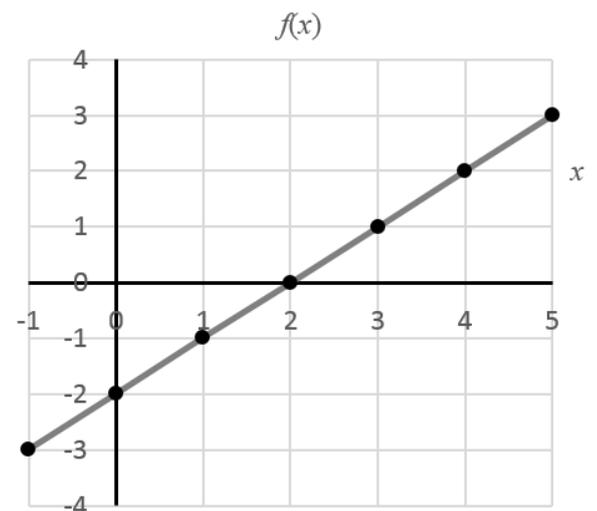


(2)

$x$	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-3	-2	-1	0	1	2	3

傾き  $a = 1$       切片  $b = -2$

値域  $-3 \leq f(x) \leq 3$



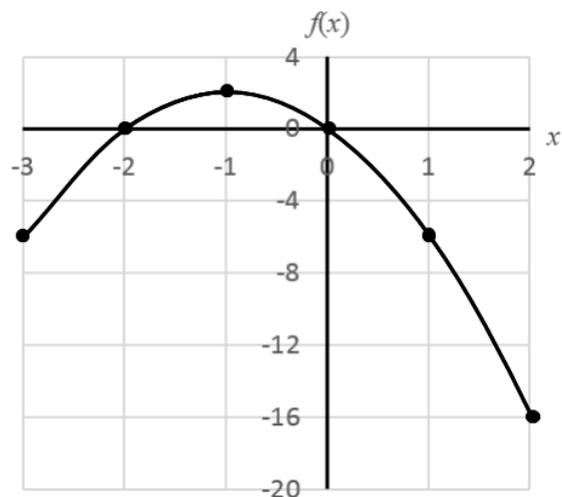
## 10. 二次関数のグラフ

(1)

$x$	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-6	0	2	0	-6	-16

頂点  $(-1, 2)$

共有点  $(0, 0), (-2, 0)$

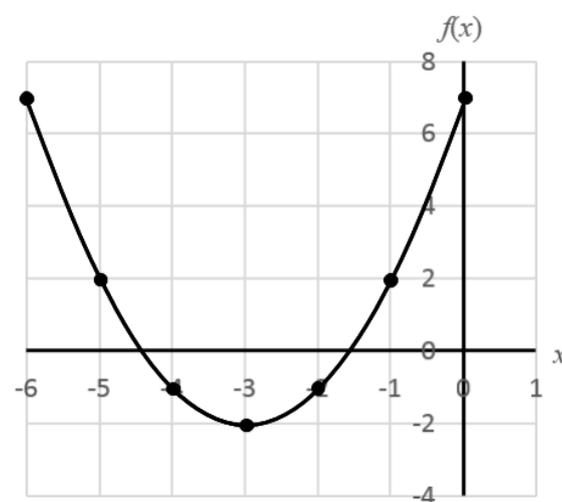


(2)

$x$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$	7	2	-1	-2	-1	2	7

頂点  $(-3, -2)$

共有点  $(-3 - \sqrt{2}, 0), (-3 + \sqrt{2}, 0)$

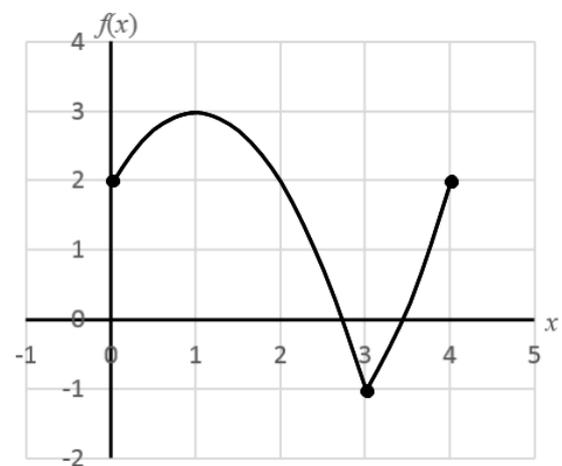


## 11. 変域に制限のある二次関数の最大・最小

最大値 3

最小値 -1

値域  $-1 \leq f(x) \leq 3$



## 1 2. 三次関数のグラフ (数 I と数 II の複合問題)

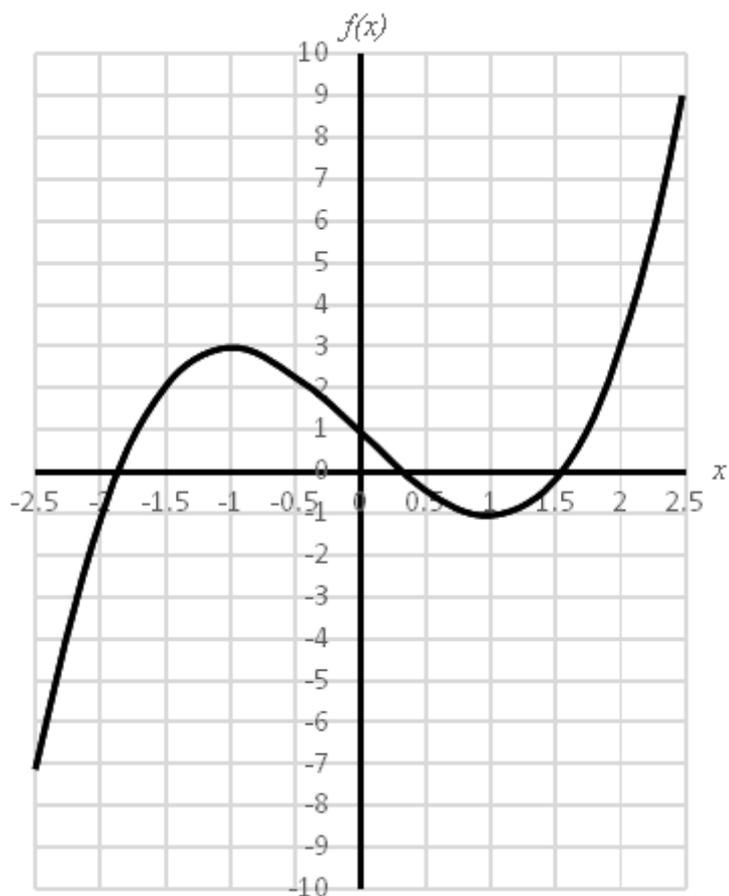
(1)

増減表

$x$	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	3	↘	-1	↗

極大 3

極小 -1



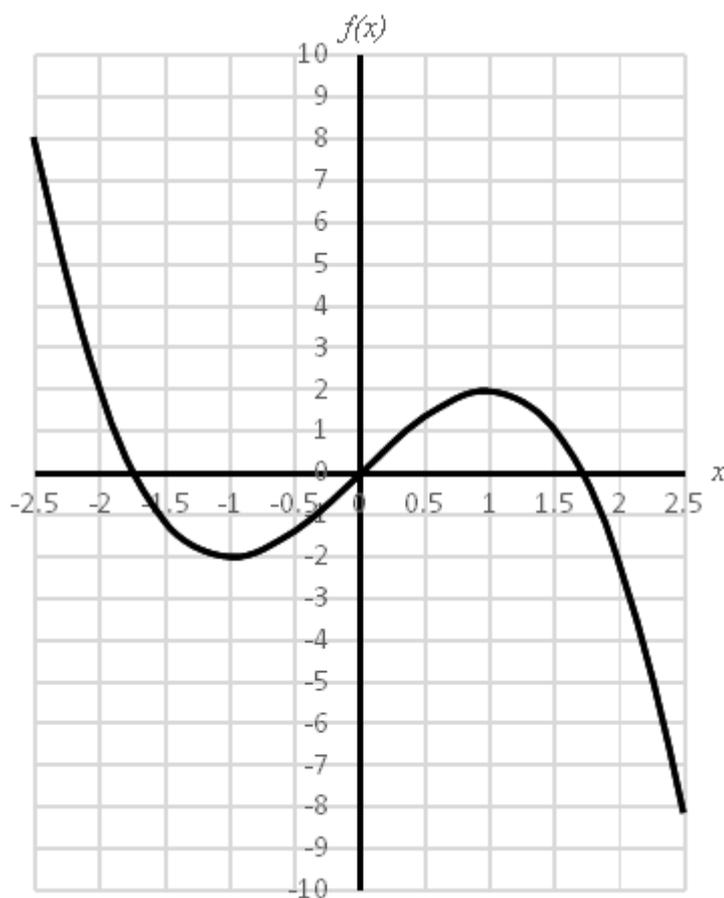
(2)

増減表

$x$	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	-2	↗	2	↘

極大 2

極小 -2

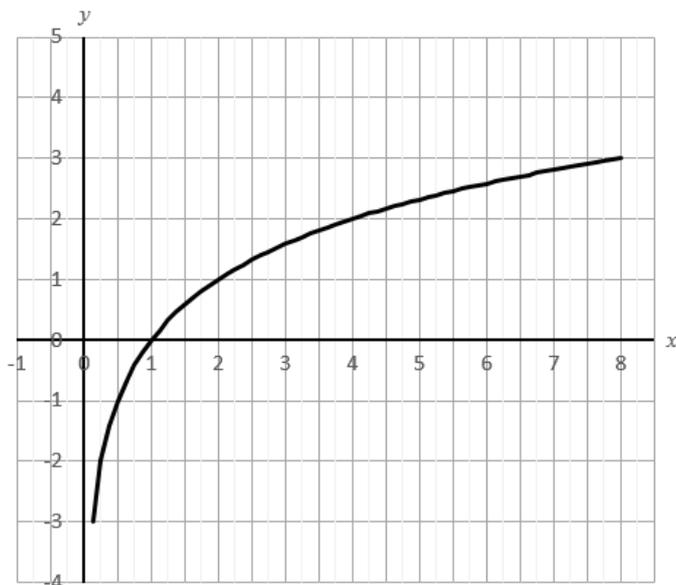


### 1 3. 指数関数と対数関数のグラフ

(1)

$y$	-3	-2	-1	0
$x$	0.125	0.25	0.5	1

$y$	1	2	3
$x$	2	4	8

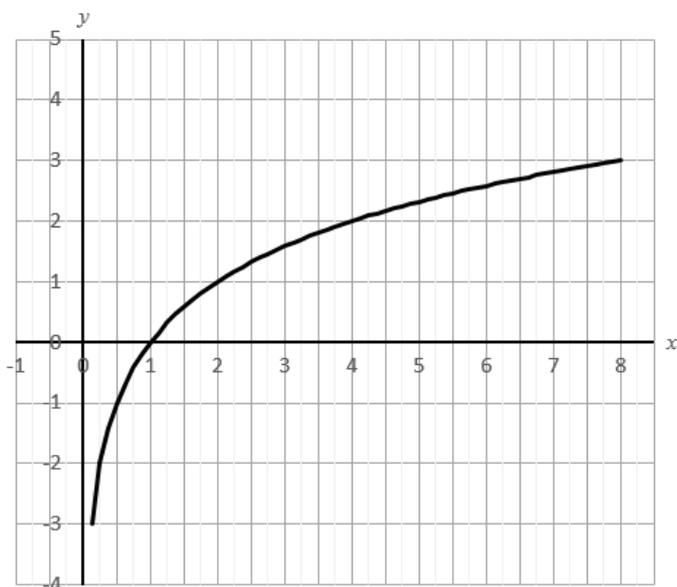


(2)

対数関数  $y = \log_2 x$

$x$	0.125	0.25	0.5	1
$y$	-3	-2	-1	0

$x$	2	4	8
$y$	1	2	3

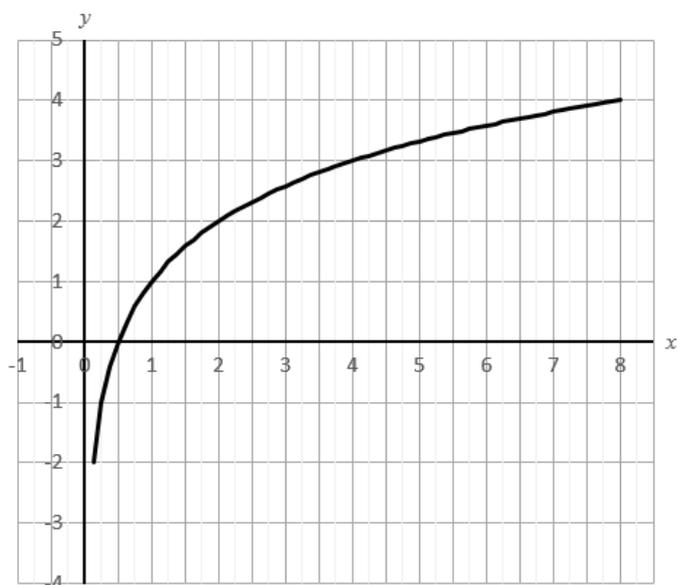


(3)

対数関数  $y = \log_2 x + 1$

$x$	0.125	0.25	0.5	1
$y$	-2	-1	0	1

$x$	2	4	8
$y$	2	3	4



1 4. 指数関数と対数関数の発展問題

(1) 16 桁

(2) 17 年後

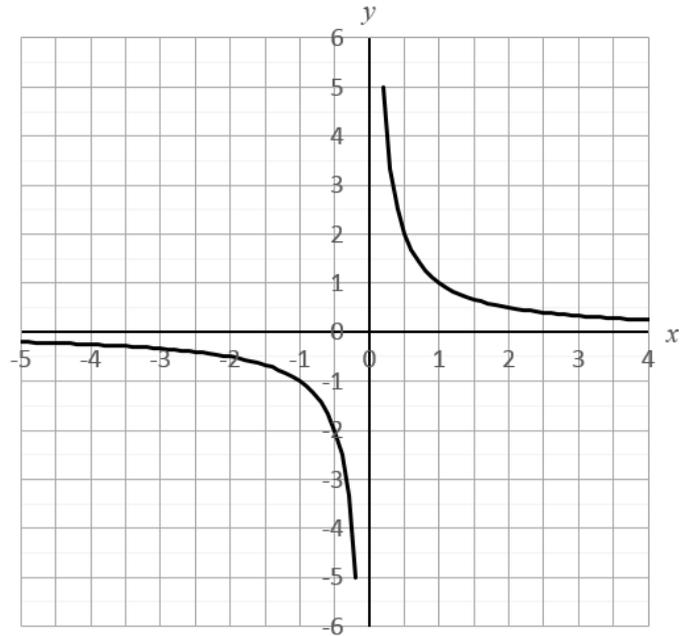
1 5. 分数関数のグラフ

(1)

$x$	0.2	0.5	1	2	4
$y$	5	2	1	0.5	0.25

$x$	-5	-2	-1	-0.5	-0.2
$y$	-0.2	-0.5	-1	-2	-5

漸近線  $x = 0, y = 0$

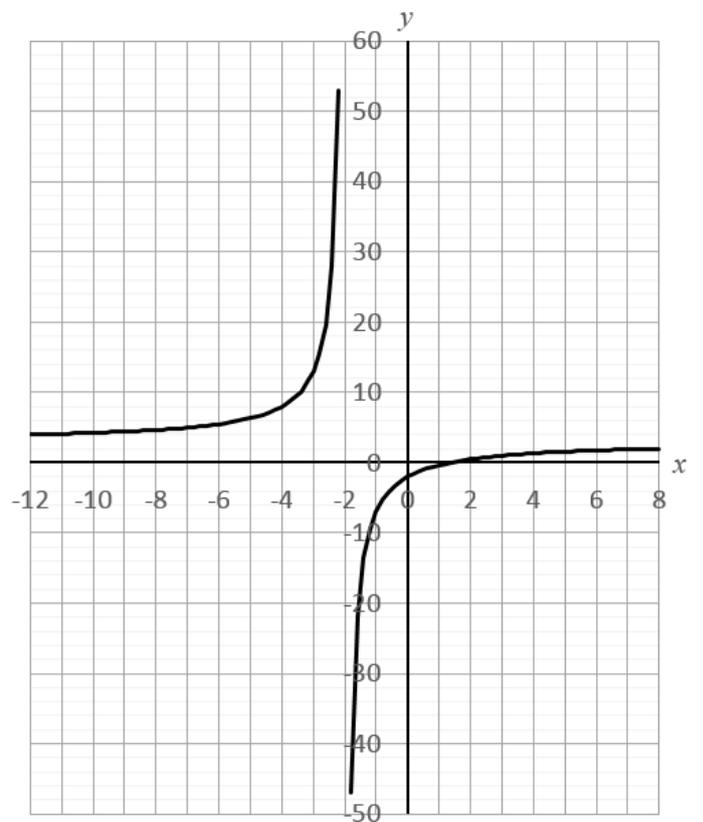


(2)

$x$	-1	0	2	3	8
$y$	-7	-2	0.5	1	2

$x$	-12	-7	-6	-4	-3
$y$	4	5	5.5	8	13

漸近線  $x = -2, y = 3$



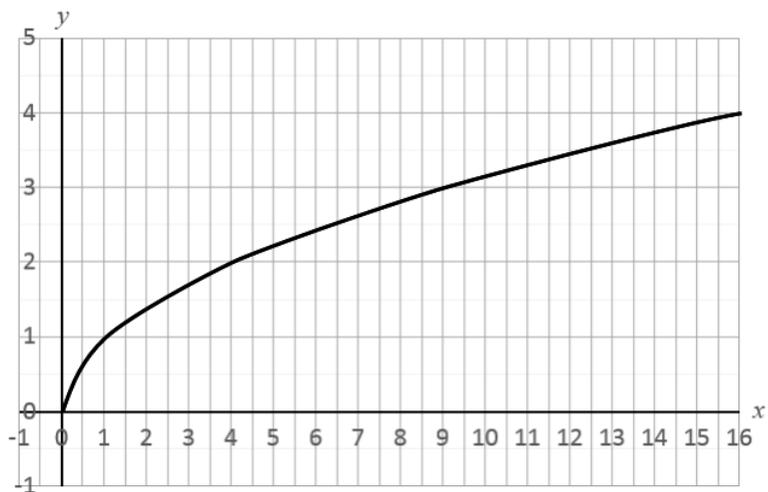
## 16. 無理関数のグラフ

(1)

$x$	0	1	4	9	16
$y$	0	1	2	3	4

定義域  $x \geq 0$

値域  $y \geq 0$

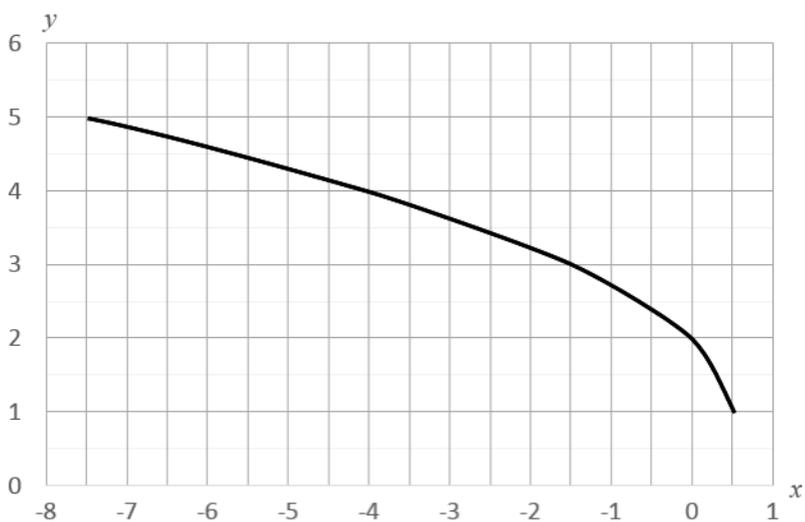


(2)

$x$	-7.5	-4	-1.5	0	0.5
$y$	5	4	3	2	1

定義域  $x \leq \frac{1}{2}$

値域  $y \geq 1$



(3)

$x$	-2	-1.5	0	2.5	6
$y$	-5	-6	-7	-8	-9

定義域  $x \geq -2$

値域  $y \leq -5$

