推薦・一般入試合格者への数学課題

－第４章－

数列・極限

群　 :　 Ⅰ群［機械］・Ⅱ群［電子・情報］

氏名 :

熊本県立技術短期大学校

１．数列の種類

次の数列の法則性から□に入る数字を推定し、数列の種類を答えてみよう。

(1) $\{a_n\} = \{1, 3, 5, \square, 9, 11, \cdots\}$　　□に入る数字　　数列の種類

(2) $\{b_n\} = \{3, -9, \square, -81, \cdots\}$　　□に入る数字　　数列の種類

(3) $\{c_n\} = \{205, \square, 195, 190, \cdots\}$　　□に入る数字　　数列の種類

(4) $\{d_n\} = \left\{\square, -\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \cdots\right\}$　　□に入る数字　　数列の種類

２．数列の一般項と公差・公比

次の数列の種類・一般項・公差または公比を答えてみよう。

(1) $\{a_n\} = \{3, 10, 17, 24, 31, \cdots\}$

数列の種類　　一般項　　公差または公比

(2) $\{b_n\} = \{3, -6, 12, -24, 48, \cdots\}$

数列の種類　　一般項　　公差または公比

(3) $\{c_n\} = \left\{\frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}, \frac{1}{100000}, \cdots\right\}$

数列の種類　　一般項　　公差または公比

３．数列の和

次の数列の和を項の和を書いた上で求めてみよう。但しaは定数とします。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(2k)$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}k^2$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3}k^3$

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6}(5k-2)$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(k+1)(k-1)$

(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(ak+1)$

４．データの散らばり（Σを利用した分散・標準偏差　数Ⅰと数Ｂの複合問題）

下表に１０個の変量xのデータがあります。次の設問に答えて表を完成させてみよう。
また、分散と標準偏差を求めてみよう。但し$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.732$で計算してください。

データ数	ー	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
変量	x_i	35	40	45	45	50	50	55	55	60	65
平均値	$\bar{x}$										
平均との差	$x_i - \bar{x}$										
差の２乗	$(x_i - \bar{x})^2$										

(1) 平均値　$\bar{x} = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} x_i$

(2) 平均値との差　$x_i - \bar{x}$

(3) 差の２乗　$(x_i - \bar{x})^2$

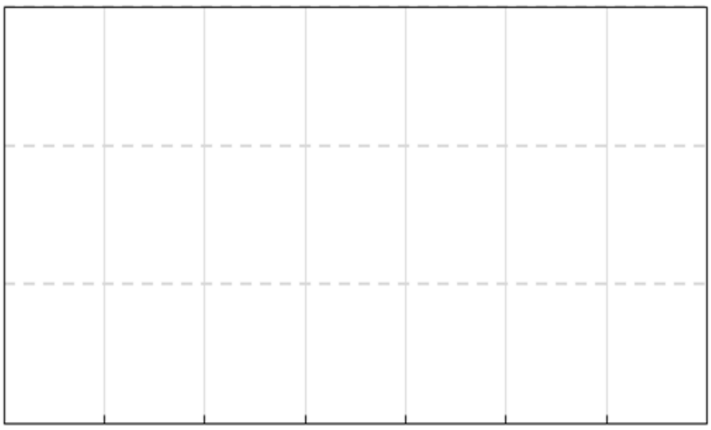
(4) 分散　$V = s^2 = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2$

(5) 標準偏差　$s = \sqrt{\dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2}$

(6) 変量xの度数（個数）から度数分布表を完成し、ヒストグラムを描き、求めた分散の値から
グラフ形状がなだらかになっているか確かめてみよう。

度数分布表

階級値							
度数							



５．数列とその極限

次の無限数列の一般項を求め、収束するか発散するか考えてみよう。また、収束する場合は極限値を、発散する場合はどのように発散するか($+\infty$, $-\infty$, 振動)求めてみよう。

(1) $\{a_n\} = \{3,6,9,12,15,18,\cdots\}$

一般項　　　　　　　　　収束か発散　　　　　　　　　極限値 α か発散の種類

(2) $\{b_n\} = \left\{1,\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{5}\cdots\right\}$

一般項　　　　　　　　　収束か発散　　　　　　　　　極限値 β か発散の種類

(3) $\{c_n\} = \left\{27,9,3,1,\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{9},\dfrac{1}{27},\dfrac{1}{81}\cdots\right\}$

一般項　　　　　　　　　収束か発散　　　　　　　　　極限値 γ か発散の種類

(4) $\{d_n\} = \{0,2,0,2,0,2,0,2\ \cdots\}$

一般項　　　　　　　　　収束か発散　　　　　　　　　極限値 δ か発散の種類

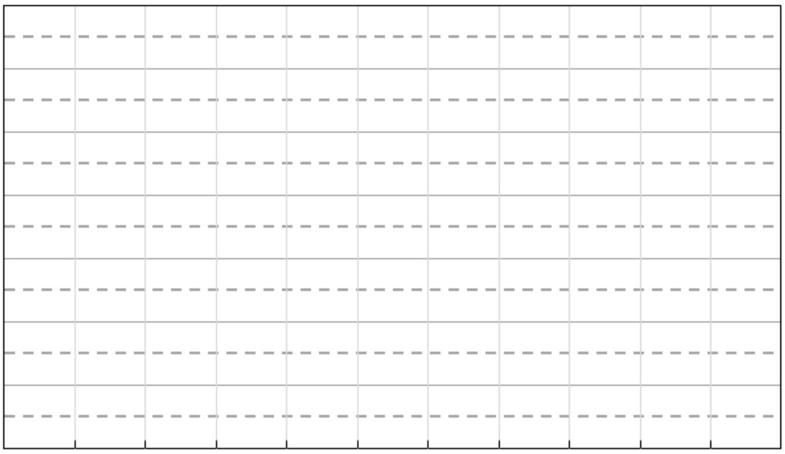
６．数列とその極限のグラフ

次の無限数列の極限値は１となります。まず一般項a_nを求めて、下表を完成させてグラフを描き、極限値$\alpha = 1$に収束していく様子を確認してみよう。但し、表のn値はa_n値が有限小数になるもののみを選定しています。

$\{a_n\} = \left\{2,\dfrac{3}{2},\dfrac{4}{3},\dfrac{5}{4},\dfrac{6}{5}\cdots\right\}$

一般項

n	a_n
1	
2	
4	
5	
10	



７．関数の極限

次の関数の極限を求めてみよう。

(1) $\lim_{x \to 1}(3x+1)$

(2) $\lim_{x \to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}$

(3) $\lim_{x \to \infty}\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$

(4) $\lim_{\theta \to 0}\dfrac{\sin 3\theta}{\theta}$

(5) $\lim_{\theta \to 0}\dfrac{1-\cos\theta}{\theta^2}$

(6) $\lim_{x \to +\infty} 2^{-x}$

(7) $\lim_{x \to 2}(\log_2 10x^2 - \log_2 5x)$

(8) $\lim_{x \to \infty}\dfrac{x^2+x-2}{3x^2+2x+1}$

８．無限級数の和

次の無限級数の一般項a_n、部分和S_nを求めて、その和Sを求めてみよう。

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{15}+\cdots+a_n+\cdots$$

一般項　　　　　　　　　　部分和　　　　　　　　　　無限級数の和

９．微分係数の定義と微分法

次の問題を微分係数の定義を利用して求めてみよう。また、関数の導関数を利用して、答えが同じになるか検算してみよう。

微分係数の定義　$\displaystyle\lim_{\triangle x \to 0}\frac{f(a+\triangle x)-f(a)}{\triangle x}$　　　関数の導関数　$f'(x)=\dfrac{df(x)}{dx}$

(1) $f(x)=2x^2$ のとき　$f'(2)$ の値

ｉ）微分係数の定義

ⅱ）関数の導関数

(2) $f(x) = -2x^2 + 3x + 1$ のとき　$f'(2)$ の値

ｉ）微分係数の定義

ⅱ）関数の導関数

(3) $f(x) = \sqrt{x}$ のとき　$f'(2)$ の値

ｉ）微分係数の定義

ⅱ）関数の導関数

１０．微分係数の定義と微分法の発展問題

直線上をある物体が運動しています。この物体のt秒後の位置を表す関数が$f(t) = -3t^2 + 9t$であった場合、物体の速度が0となる時刻を微分係数の定義を利用して求めてみよう。また関数の導関数を利用して検算してみよう。

ｉ）微分係数の定義

ⅱ）関数の導関数

１１．区分求積法と積分法

次の関数$f(x)$とx軸に挟まれた区間で、xの範囲が $0 \leqq x \leqq 1$ の面積Sを区分求積法で求めてみよう。また積分法を利用して検算してみよう。

与式　$f(x) = x^2$　　$\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$

ｉ）区分求積法

ⅱ）積分法

第４章　解答例

１．数列の種類

(1)　□に入る数字　7　数列の種類　**等差数列**

(2)　□に入る数字　27　数列の種類　**等比数列**

(3)　□に入る数字　200　数列の種類　**等差数列**

(4)　□に入る数字　3　数列の種類　**等比数列**

２．数列の一般項と公差・公比

(1)　数列の種類　**等差数列**　一般項　$a_n = 7n - 4$　公差または公比　$d = 7$

(2)　数列の種類　**等比数列**　一般項　$b_n = 3(-2)^{n-1}$　公差または公比　$r = -2$

(3)　数列の種類　**等比数列**　一般項　$c_n = \frac{1}{10^{n+1}}$　公差または公比　$r = \frac{1}{10}$

３．数列の和

(1)　30

(2)　55

(3)　36

(4)　93

(5)　50

(6)　$5(3a + 1)$

４．データの散らばり（Σを利用した分散・標準偏差　数Ｉと数Ｂの複合問題）

データ数	―	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
変量	x_i	35	40	45	45	50	50	55	55	60	65
平均値	$\bar{x}$	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
平均との差	$x_i - \bar{x}$	-15	-10	-5	-5	0	0	5	5	10	15
差の２乗	$(x_i - \bar{x})^2$	225	100	25	25	0	0	25	25	100	225

(1)　平均値　$\bar{x} = 50$

(2)　平均値との差　$x_1 - \bar{x} = -15$, $x_2 - \bar{x} = -10$, $x_3 - \bar{x} = -5$, $x_4 - \bar{x} = -5$, $x_5 - \bar{x} = 0$
$x_6 - \bar{x} = 0$, $x_7 - \bar{x} = 5$, $x_8 - \bar{x} = 5$, $x_9 - \bar{x} = 10$, $x_{10} - \bar{x} = 15$

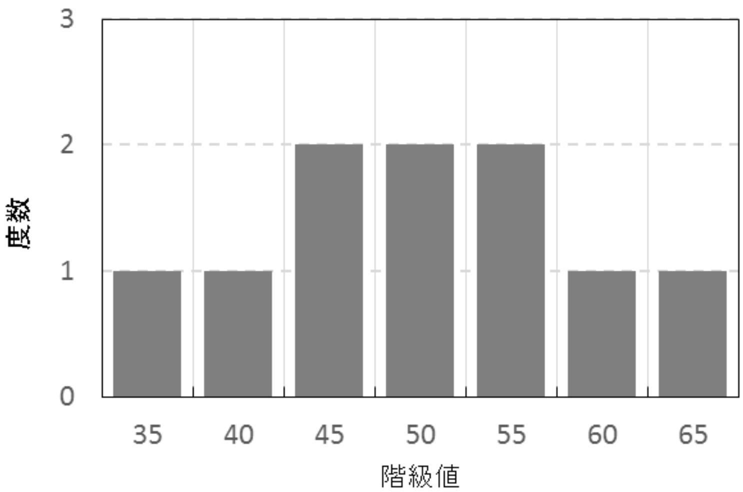
(3)　差の２乗　$(x_1 - \bar{x})^2 = 225$, $(x_2 - \bar{x})^2 = 100$, $(x_3 - \bar{x})^2 = 25$, $(x_4 - \bar{x})^2 = 25$
$(x_5 - \bar{x})^2 = 0$, $(x_6 - \bar{x})^2 = 0$, $(x_7 - \bar{x})^2 = 25$, $(x_8 - \bar{x})^2 = 25$
$(x_9 - \bar{x})^2 = 100$, $(x_{10} - \bar{x})^2 = 225$

(4) 分散　$V = s^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2 = 75$

(5) 標準偏差　$s = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2} = 5\sqrt{3} \fallingdotseq 8.66$

(6) 度数分布表とヒストグラム

階級値	35	40	45	50	55	60	65
度数	1	1	2	2	2	1	1



５．数列とその極限

(1) 一般項　$a_n = 3n$　収束か発散か　**発散**　極限値か発散の種類　$+\infty$

(2) 一般項　$b_n = \frac{1}{n}$　収束か発散か　**収束**　極限値か発散の種類　$\beta = 0$

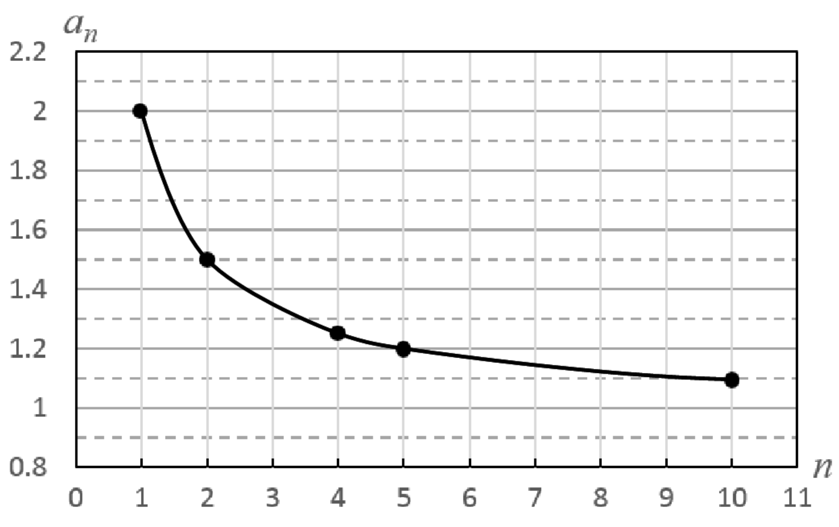
(3) 一般項　$c_n = 3^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$　収束か発散か　**収束**　極限値か発散の種類　$\gamma = 0$

(4) 一般項　$d_n = 1 + (-1)^n$　収束か発散か　**発散**　極限値か発散の種類　振動

６．数列とその極限のグラフ

一般項　$a_n = 1 + \frac{1}{n}$

n	a_n
1	2
2	1.5
4	1.25
5	1.2
10	1.1



７．関数の極限

(1) 4　　(2) 2

(3) 0　　(4) 3

(5) $\frac{1}{2}$　　(6) 0

(7) 2　　(8) $\frac{1}{3}$

８．無限級数の和

一般項 $a_n = \frac{1}{n(n+2)}$　　部分和 $S_n = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right)$

無限級数の和 $S = \frac{3}{4}$

９．微分係数の定義と微分法

(1)　ⅰ）微分係数の定義　8　　ⅱ）関数の導関数 $f'(2) = 8$

(2)　ⅰ）微分係数の定義　-5　　ⅱ）関数の導関数 $f'(2) = -5$

(3)　ⅰ）微分係数の定義 $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　ⅱ）関数の導関数 $f'(2) = \frac{\sqrt{2}}{4}$

１０．微分係数の定義と微分法の発展問題

ⅰ）微分係数の定義　1.5 秒　　ⅱ）関数の導関数 1.5 秒

１１．区分求積法と積分法

ⅰ）区分求積法 $S = \frac{1}{3}$　　ⅱ）積分法 $S = \frac{1}{3}$