

推薦・一般入試合格者への数学課題

—第5章—

微分法・積分法

群 : I群 [機械]・II群 [電子・情報]

氏名 :

熊本県立技術短期大学校

1. 数字・文字・多項式の微分法

次の関数を微分してみよう。但し a, b は定数とします。

(1) $y = 215$

(2) $y = ab$

(3) $y = 4x - 2$

(4) $y = -ax + 2 + b$

(5) $y = -3x^2 + 7x + 3$

(6) $y = x^3 - 3x^2 + 6x$

(7) $y = \sqrt{a}x^3 - bx - ab$

(8) $y = (2x + 3)(x - 4)$

2. 接線方程式とそのグラフ

次の関数の $x = 1$ と $x = -2$ のときの接線を求めてみよう。また、与えられた関数と求めた接線のグラフを描いてみよう。

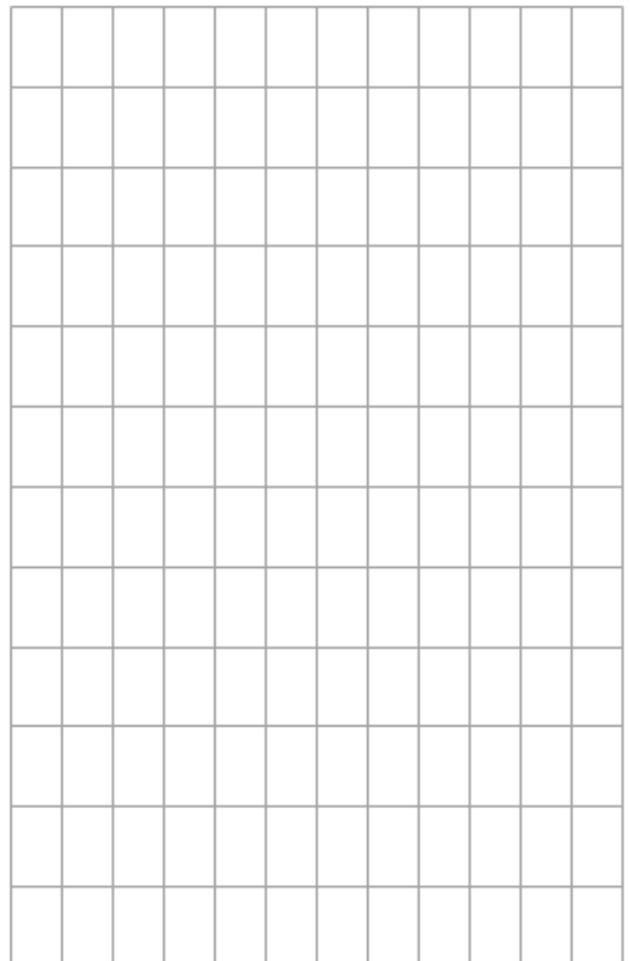
与式 $f(x) = x^2 + 2x + 1$

(1) $x = 1$ のとき

接線の方程式 _____

(2) $x = -2$ のとき

接線の方程式 _____



3. いろいろな関数の微分法

次の関数を微分してみよう。

(1) $y = \sin x$

(2) $y = \cos x$

(3) $y = \tan x$

(4) $y = e^x$

(5) $y = \log_e |x| = \ln|x|$

(6) $y = \sqrt{x}$

4. 関数の和・差・積・商の微分

次の関数を微分してみよう。

(1) $y = \sin x + \cos x$

(2) $y = 2x - e^x$

(3) $y = \sin x \cos x$

(4) $y = xe^x$

(5) $y = (x - 1)(x^2 - x + 1)$

(6) $y = x \tan x$

(7) $y = \frac{1}{x}$

(8) $y = \frac{2x + 3}{x^2 + 1}$

(9) $y = x^{-2} \log_e |x|$

(10) $y = \frac{\sin x}{\cos x}$

5. 合成関数の微分

次の関数を微分してみよう。但し a, b は定数とします。

$$(1) y = (x^2 + 1)^4$$

$$(2) y = (a - 2bx)^3$$

$$(3) y = \left(\frac{x-1}{x}\right)^3$$

$$(4) y = \left(\frac{x-1}{a^2b}\right)^3$$

$$(5) y = e^{x^2} + 1$$

$$(6) y = \sin^3 x$$

$$(7) y = \sin^4(2x + a)$$

$$(8) y = \log_e(x^2 + 1) = \ln(x^2 + 1)$$

6. 高次関数の導関数

次の関数の第2次導関数を求めてみよう。

$$(1) y = x^4 + 3x^3 - 7x + 2$$

$$(2) y = \sin x$$

$$(3) y = e^x \sin x$$

$$(4) y = \log_e |x| = \ln|x|$$

7. 不定積分

次の不定積分を求めてみよう。但し、積分定数は C とします。

$$(1) \int dx$$

$$(2) \int 3x dx$$

$$(3) \int x^3 dx$$

$$(4) \int (t^3 + t) dt$$

$$(5) \int (3x + 1)(x - 3) dx$$

$$(6) \int (2t + 3)^2 dt - \int (2t - 3)^2 dt$$

$$(7) \int \sin \theta d\theta$$

$$(8) \int \cos \theta d\theta$$

$$(9) \int 2e^x dx$$

$$(10) \int \sqrt{y} dy$$

8. 置換積分 (不定積分)

次の不定積分を求めてみよう。但し、積分定数は C とします。

$$(1) \int (x + 1)^4 dx$$

$$(2) \int x\sqrt{2x^2 + 1} dx$$

$$(3) \int \sin 2x dx$$

$$(4) \int \cos(5x + 8) dx$$

9. 部分積分 (不定積分)

次の不定積分を求めてみよう。但し、積分定数は C とします。

$$(1) \int x e^x dx$$

$$(2) \int (x+1)e^x dx$$

$$(3) \int x \cos x dx$$

$$(4) \int x \log_e |x| dx = \int x \ln |x| dx$$

10. 定積分

次の定積分を求めてみよう。

$$(1) \int_1^2 2x^2 dx$$

$$(2) \int_2^1 x^2 dx$$

$$(3) \int_1^2 (x^2 + x) dx$$

$$(4) \int_1^4 \sqrt{x+1} dx$$

$$(5) \int_1^2 y^{-3} dy$$

$$(6) \int_2^2 2t^{-5} dt$$

1 1. 2つの関数に囲まれた面積 (数 I と数IIIの複合問題)

次の関数のグラフを描いてみよう。また、関数と指示された部分で囲まれた面積 S を積分で求めてみよう。

(1) $y = \frac{1}{2}x, x = 5$

と x 軸で囲まれた面積 S



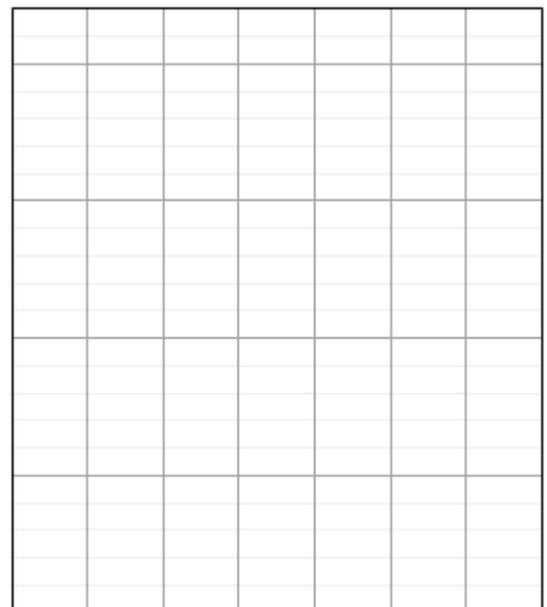
(2) $y = x^2 + 3, x = 2, x = 3$

と x 軸で囲まれた面積 S



(3) $y = -2x^2, x = 1, x = -3$

と x 軸で囲まれた面積 S



(4) $y = x^2 + 2, y = -x^2 + x + 3$

で囲まれた面積 S



1 2. 置換積分 (定積分)

次の定積分を求めてみよう。

(1) $\int_0^1 (2x - 1)^2 dx$

(2) $\int_1^2 x(2 - x)^4 dx$

(3) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

(4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$ $t = \sin x$ とおく

1 3. 部分積分 (定積分)

次の定積分を求めてみよう。

$$(1) \int_0^1 x e^x dx$$

$$(2) \int_{-2}^1 (x-1)(x+2)^3 dx$$

$$(3) \int_0^\pi x \sin x dx$$

$$(4) \int_e^{e^2} (\log_e x)^2 dx = \int_e^{e^2} (\ln x)^2 dx$$

1 4. 分数関数の積分

次の定積分を求めてみよう。

$$(1) \int_0^1 \frac{1}{2x+3} dx$$

$$(2) \int_2^3 \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1} dx$$

$$(3) \int_2^4 \frac{1}{x(x-1)} dx$$

$$(4) \int_{-2}^1 \frac{1}{x^2 + x - 6} dx$$

1. 数字・文字・多項式の微分法

(1) $y' = 0$

(3) $y' = 4$

(5) $y' = -6x + 7$

(7) $y' = 3\sqrt{ax^2 - b}$

(2) $y' = 0$

(4) $y' = -a$

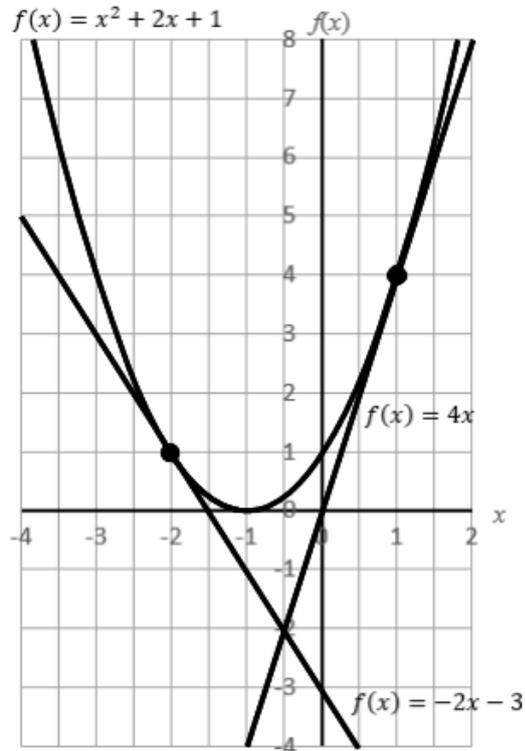
(6) $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x^2 - 2x + 2)$

(8) $y' = 4x - 5$

2. 接線方程式とそのグラフ

(1) $x = 1$ のとき $f(x) = 4x$

(2) $x = -2$ のとき $f(x) = -2x - 3$



3. いろいろな関数の微分法

(1) $y' = \cos x$

(3) $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$

(5) $y' = \frac{1}{x}$

(2) $y' = -\sin x$

(4) $y' = e^x$

(6) $y' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

4. 関数の和・差・積・商の微分

(1) $y' = \cos x - \sin x$

(3) $y' = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

(5) $y' = 3x^2 - 4x + 2$

(7) $y' = -\frac{1}{x^2}$

(9) $y' = \frac{1 - 2 \log_e |x|}{x^3} = \frac{1 - 2 \ln |x|}{x^3}$

(2) $y' = 2 - e^x$

(4) $y' = e^x(1 + x)$

(6) $y' = \tan x + \frac{x}{\cos^2 x}$

(8) $y' = \frac{-2(x^2 + 3x - 1)}{(x^2 + 1)^2}$

(10) $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$

5. 合成関数の微分

$$(1) \frac{dy}{dx} = 8x(x^2 + 1)^3$$

$$(3) \frac{dy}{dx} = \frac{3(x-1)^2}{x^4}$$

$$(5) \frac{dy}{dx} = 2xe^{x^2}$$

$$(7) \frac{dy}{dx} = 8\sin^3(2x+a) \cdot \cos(2x+a)$$

$$(2) \frac{dy}{dx} = -6b(a-2bx)^2$$

$$(4) \frac{dy}{dx} = \frac{3(x-1)^2}{a^6b^3}$$

$$(6) \frac{dy}{dx} = 3\sin^2x \cdot \cos x$$

$$(8) \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{x^2+1}$$

6. 高次関数の導関数

$$(1) \frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2 + 18x$$

$$(3) \frac{d^2y}{dx^2} = 2e^x \cos x$$

$$(2) \frac{d^2y}{dx^2} = -\sin x$$

$$(4) \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2}$$

7. 不定積分

$$(1) x + C$$

$$(3) \frac{1}{4}x^4 + C$$

$$(5) x^3 - 4x^2 - 3x + C$$

$$(7) -\cos\theta + C$$

$$(9) 2e^x + C$$

$$(2) \frac{3}{2}x^2 + C$$

$$(4) \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{2}t^2 + C = \frac{1}{4}t^2(t^2 + 2) + C$$

$$(6) 12t^2 + C$$

$$(8) \sin\theta + C$$

$$(10) \frac{2}{3}y\sqrt{y} + C$$

8. 置換積分 (不定積分)

$$(1) \frac{1}{5}(x+1)^5 + C$$

$$(3) -\frac{1}{2}\cos 2x + C$$

$$(2) \frac{1}{6}(2x^2+1)\sqrt{2x^2+1} + C$$

$$(4) \frac{1}{5}\sin(5x+8) + C$$

9. 部分積分 (不定積分)

$$(1) e^x(x-1) + C$$

$$(3) x\sin x + \cos x + C$$

$$(2) xe^x + C$$

$$(4) \frac{1}{2}x^2 \log_e|x| - \frac{1}{4}x^2 + C = \frac{1}{2}x^2 \ln|x| - \frac{1}{4}x^2 + C$$

10. 定積分

(1) $\frac{14}{3}$

(3) $\frac{23}{6}$

(5) $\frac{3}{8}$

(2) $-\frac{7}{3}$

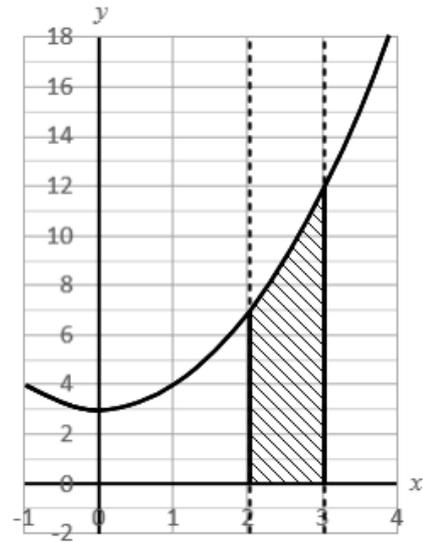
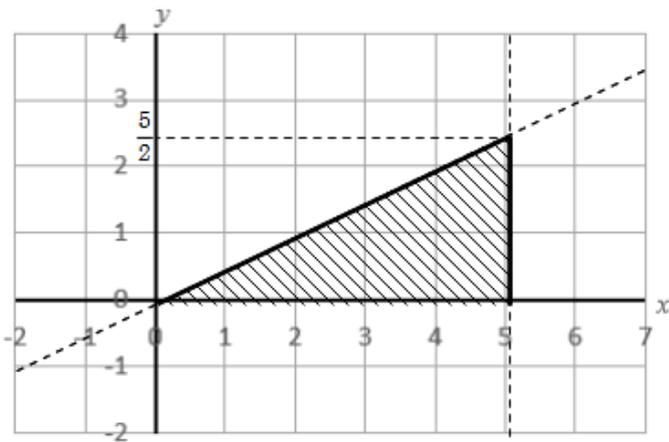
(4) $\frac{10}{3}\sqrt{5} - \frac{4}{3}\sqrt{2}$

(6) 0

11. 定積分(2つの関数に囲まれた面積 (数Iと数IIIの複合問題))

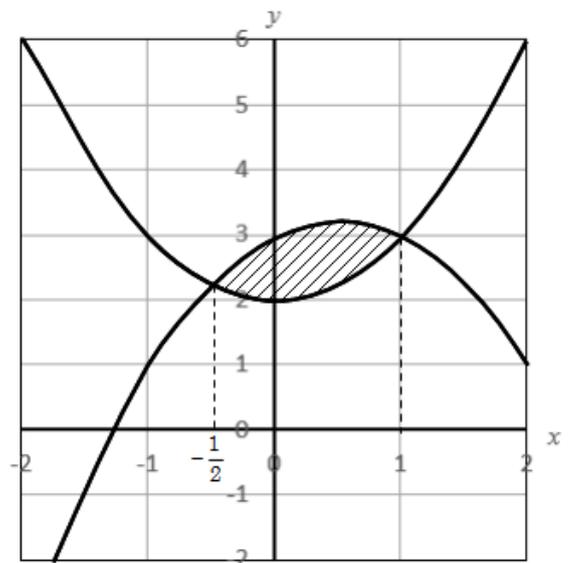
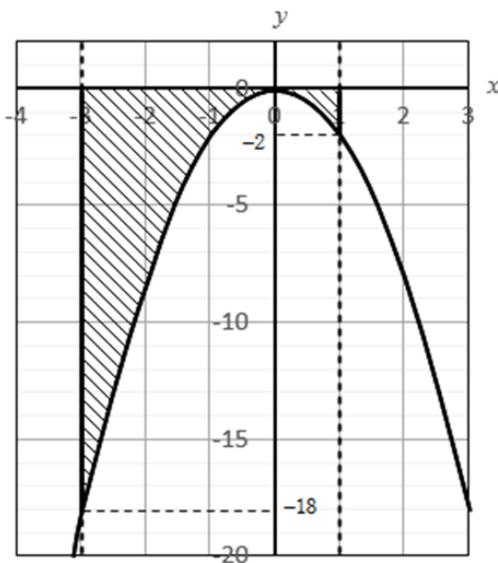
(1) $S = \frac{25}{4}$

(2) $S = \frac{28}{3}$



(3) $S = \frac{56}{3}$

(4) $S = \frac{9}{8}$



1 2. 置換積分 (定積分)

(1) $\frac{1}{3}$

(3) 1

(2) $\frac{7}{30}$

(4) $\log_e 2 = \ln 2$

1 3. 部分積分 (定積分)

(1) 1

(3) π

(2) $-\frac{243}{20}$

(4) $2e^2 - e$

1 4. 分数関数の積分

(1) $\frac{\log_e 5 - \log_e 3}{2} = \frac{\ln 5 - \ln 3}{2}$

(3) $\log_e \frac{3}{2} = \ln \frac{3}{2}$

(2) $\frac{7}{2} + \frac{1}{2}(\log_e 8 - \log_e 3) = \frac{7}{2} + \frac{1}{2}(\ln 8 - \ln 3)$

または $\frac{7}{2} + \frac{1}{2}\log_e \frac{8}{3} = \frac{7}{2} + \frac{1}{2}\ln \frac{8}{3}$

(4) $-\frac{4}{5}\log_e 2 = -\frac{4}{5}\ln 2$